

基于多元表征的儿童数学游戏设计

蒋希娜¹ 黄心渊¹ 黄如民²

(1. 中国传媒大学 动画与数字艺术学院, 北京 100024;

2. 江苏师范大学 教育研究院, 江苏徐州 221000)



摘要: 数学教育的根本目的是培养学生的数学思维, 文章分析了当前儿童数学游戏设计忽视数学思维培养的问题及其原因, 以儿童思维认知发展特点为基础, 结合“核心图”游戏模型和多元表征理论, 提出利于儿童数学思维发展的游戏设计模型, 并从核心机制、规则、道具、角色等几个方面设计了数学思维启蒙游戏的实例。

关键词: 儿童认知发展; 多元表征; 思维培养

【中图分类号】G40-057 【文献标识码】A 【论文编号】1009—8097(2015)03—0101—08 【DOI】10.3969/j.issn.1009-8097.2015.03.016

引言

数学是一门高度抽象的学科, 不如音乐那般生动, 也不似美术那般具体, 对于认知发展水平有限的儿童来说, 数学显得格外单调乏味和难以理解。儿童处于直观形象思维向抽象思维的过渡阶段, 也是数学概念初步形成的关键期。研究发现“儿童早期数学认知发展表现出相当稳定性, 不少儿童的数学困难显然早在幼年甚至3岁前就已开始出现, 但并未得到应有的关注和帮助”^[1]。数学游戏作为一种直观的感性材料, 将数学呈现为儿童容易接受的“教育形态”, 在儿童的具体形象思维与抽象概念的数学思维之间架起一座桥梁, 避免了儿童时期的负面经历从学前期就开始影响他们对数学的学习兴趣、态度和能力。然而, 目前儿童数学游戏市场鱼龙混杂, 产品质量良莠不齐, 部分游戏品质较低。

儿童数学游戏相关的研究主要集中在四个方面: 一是游戏对于数学教育的意义与反思, 如“利用数字化游戏提高数学理解力研究”^[2]; 二是相关技术在儿童数学游戏开发中的运用, 如“基于Android平台的数学教育游戏设计与开发等”^[3]; 三是儿童数学游戏相关的理论研究, 主要包括儿童认知发展理论、游戏化学习理论等; 四是儿童数学游戏本体设计, 但多数研究游离于游戏设计情境、角色、道具、故事背景等外部机制, 并未触及游戏核心机制和规则。此外, 值得一提的是美国“基于认知发展的数学教育”项目^[4], 它是当前国际颇具影响力的促进项目, 以儿童数学认知发展的概念体系为切入点进行儿童数学教育研究, 也就是提倡将儿童认知发展规律研究与数学教育相结合, 该观点受到数学教育领域研究者的认同。本文针对3-9岁年龄段儿童设计数字化数学游戏, 尤其指移动互联网兴起后的移动端儿童数学游戏, 探索符合儿童认知发展规律的数字化游戏设计模式和方法。为了方便读者更好地理解, 文中提到的所有研究样本和游戏实例都可以从苹果官方App Store中下载体验。

一 现有儿童数学游戏存在问题及原因分析

我国儿童数学游戏呈现“小学化”特点, 儿童认知规律没有得到充分尊重。存在以下问题:

1 忽略儿童数学思维认知发展规律

英国的帕梅拉·利贝克提出“儿童学习数学的过程经历了体验、语言、图画、符号等四个阶段, 儿童的数学思维也伴随着这四个阶段从具象到抽象循序渐进地发展”^[5]。然而, 目前大部分儿童数学游戏忽略了这一儿童认知学习规律, 譬如“乐乐的数学”、“小兔子学数数”等, 这些游

戏通过简单的交互动画引导儿童学习数数,在游戏 GUI 设计和配音方面考虑了儿童的审美需求,使用高饱和度、高明度的配色和欢快的配乐,在游戏娱乐性方面尚可。但在教育性方面,游戏直接跳过体验、图画等阶段,让儿童学习数数,违背了上述儿童数学思维发展规律。

2 数学知识原理并未与游戏机制真正融合

部分游戏开发商缺乏对数学原理和儿童思维的深入研究,将玩家看成被动接受知识的容器,为儿童提供现成的数学结论或模型,让其进行记忆和反复练习,其中不乏一些下载量较高的游戏,如“乘法达人”、“宝宝学数字”等。“乘法达人”是一款记忆乘法口诀的游戏,但它只是简单地让孩子通过反复记忆来死记硬背,并没有引导儿童发现并理解“口诀”背后的乘法原理。此类游戏倾向于“将数学知识生硬地塞入成熟的娱乐游戏框架中”^[6],虽然保证了教育游戏在表现形式上的娱乐性,但游戏核心机制设计并未和数学核心思想结合,游戏教学设计处于一种“知其然而不知所以然”的状态,无法让玩家了解数学知识背后蕴含的原理。此外,一味死记硬背,会打击儿童学习数学的兴趣,阻碍其数学思维的发展。

3 家长认知误导

研究者对幼儿园大班和学前班幼儿数学知识和能力述评的测查结果表明“学前末期儿童已经较好地具备了小学初期数学知识,但学前儿童学习数学的思维发展明显不足”^[7]。我国很多儿童表现出超人的数学运算能力:例如美国小学生需要通过掰手指计算的乘法,我国很多学龄前儿童就可以熟练背诵乘法口诀;再如,在中国低年级小学生眼里十分简单的基本算术,日本文部科学省组织的全国学力调查显示“六年级学生的正确率只有 82.1%”^[8]。然而,这些骄人成绩往往是大量的作业训练和死记硬背的结果,一些家长甚至老师并没有认识到了解数学原理和方法对儿童思维发展的重要性,认为孩子可以提高做题速度和正确率、提升应试水平即可,为儿童买单大量“出题机”数学游戏。受家长消费需求和市场导向,游戏商设计开发大量基于“出题机”内核的儿童数学游戏,家长为儿童买单这些游戏,如此周而复始、循环往复。

根据以上三点分析可知,儿童数学游戏产生问题的根源在于游戏开发商和家长忽略了儿童认知发展规律以及对儿童数学思维的培养。然而,新课程改革提倡数学教育是思维活动的教育,数学教学的最终目标是“学会数学的思维,发展学生的思维能力与解决问题的能力”^[9]。因此,数学游戏设计应该结合儿童的数学认知发展特点,培养儿童数学思维,而非单纯提高其解题技巧。

二 儿童数学认知发展特点

3~9 岁的儿童处于数学概念初步形成和发展的关键期,也是直观形象思维向抽象逻辑思维的过渡阶段。此年龄段儿童数学认知的具体特征如下:

1 学龄前儿童——象征性思维为主

研究表明“学龄前儿童(3~6岁)的思维具有感性、具象性等特点,这一时期的儿童并不能进行真正的逻辑思维”^[10]。3~4岁的幼儿主要依靠头脑中的表象和具体实物的联想展开思维;5~6岁的儿童的形象思维占主导地位,但已经初步出现抽象逻辑思维。因此,“学龄前儿童的数学认知主要表现为数学意识的感性具象的形式,理性逻辑的形式较弱”^[11]。

2 小学低年级儿童——初具逻辑性

小学低年级儿童(7~9岁)的数学认知水平处于皮亚杰提出的“具体运算阶段”,儿童认识到客体尽管在外形上发生变化,但其特有的属性不变。此阶段的儿童已经可以进行一定程度的逻辑

辑推理，但需要借助具体形象或实际经验的支持。比如在理解“相遇问题”时，需要借助“两辆汽车相遇”的具体场景。因此，低年级儿童的思维特征倾向于具体、直觉地理解抽象关系，需要借助具体形象感知理解抽象关系。

由此可见，3~9岁儿童的数学思维都具有很大成分的具体形象性，区别在于不同年龄段的儿童对于具体形象的依赖程度有所差异：“学龄前儿童完全依赖具体表象展开数学逻辑思维；小学低年级儿童开始摆脱了具象的束缚获得逻辑性，但此年龄段的儿童并未掌握抽象的逻辑思维结构，其逻辑性依然依赖于具体经验”^[12]。因此，本文根据儿童无法脱离具体形象理解抽象的数学概念这一认知特点，结合“核心图”模型和多元表征理论，尝试建构儿童数学游戏设计模型。

三 儿童数学游戏设计模型

1 “核心图”结构模型

“核心图”(Core Diagram)是由独立游戏开发者 Charmie Kim 总结提出的游戏结构模型，如图 1a 所示，设计流程由里及外：核心机制，游戏的核心框架，也是游戏中学习次数最频繁的操作；“游戏规则、设计配乐、故事背景等次级机制围绕核心层层相裹”^[17]。以游戏“愤怒的小鸟”为例，如图 1b 所示，该游戏的核心机制是“弹射”，也是玩家使用频率最高的操作；游戏规则是“在规定次数内除掉小猪”，道具功能是“各类小鸟的攻击方式相异；不同小猪的防御力不等”；GUI 设计主要包括：角色（小猪、小鸟），道具，场景等；故事背景：小猪偷鸟蛋，小鸟复仇。

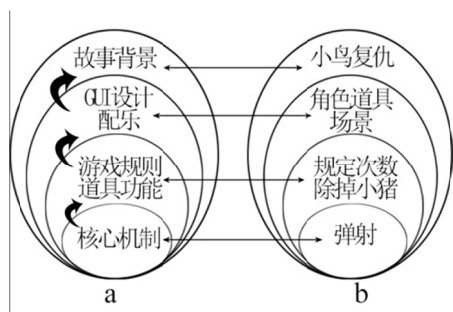


图 1 core diagram “核心图”架构模式

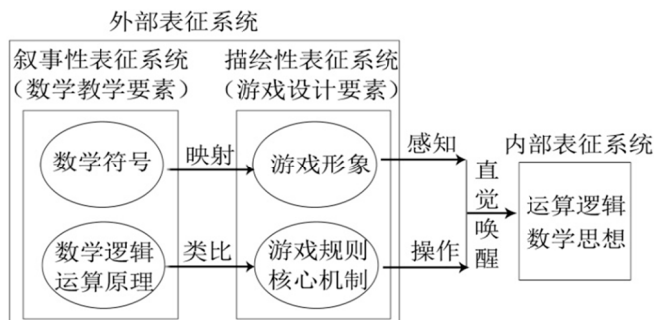


图 2 儿童理解数学概念过程中外部表征与内部表征关系图（表征概念化）

2 多元表征

(1) 表征与多元表征

表征，心理学解释为“将一种事、物、想法或知识重新表示出来，因此存在一个‘表征’实体，也必定存在一个‘被表征’实体，两个实体之间存在一种映射关系”^[13]。表征分为外部表征和内部表征，外部表征包括叙事性表征（抽象符号）和描绘性表征（具体图像），外部表征可以转义成内部表征；内部表征指学习者头脑中无法直接观察的心理表征^[14]。数学学习中，表征是指培养儿童能运用表征的手段来表达数学的概念、解决问题和解释数学现象；多元表征指一个数学对象可以有多种表征形式，如布鲁纳提出“从思维发展的角度将数学表征分为扮演形式的活动性表征、肖像形式的图像学表征和符号形式的符号性表征”^{[15][20]}。

(2) 儿童数学游戏中的多元表征

数学游戏中的多元表征符号本质上是学习对象，数量符号、算术符号、运算步骤等抽象元素

属于叙事性表征；游戏形象、道具和游戏操作等具象元素属于描绘性表征。这些表征符号与其被表征的数学知识之间具有一定的关联性，学习者的任务就是在这些外部表征和内部抽象表征系统之间建立必要的映射，并从游戏操作过程中抽象出数学系统。我们将这个学习过程称为“表征的概念化”，“游戏形象和数学符号间形成映射、游戏操作与运算过程间形成类比，引导学习者抽象出内部数学逻辑思想”^[16]。

笔者将儿童通过游戏表征学习数学系统的过程称为“表征概念化”，也就是将外部游戏表征系统概念化、抽象成为内部数学思维系统，详细流程如图2所示，根据儿童具象化思维特征，首先建立与叙事性表征符号（抽象数学符号）具有映射关系的描绘性表征符号（具象游戏形象）；设计与数学运算原理具有类比、映射关系的游戏规则和机制；然后，引导儿童按照该规则、步骤控制游戏形象，逐步建立游戏操作模式；儿童通过反复感知、操作游戏规则的行为产生“直觉唤醒”，将外部表征系统转换、转译成内部表征系统（运算原理和逻辑思想）。如此，完成整个“表征概念化”游戏学习过程。由此可见，多元描绘性表征系统能够帮助儿童从多元具体形式中抽象数学问题的内在结构和原理，并转译成内部数学符号系统，从而开发儿童数学思维。因此，在儿童数学游戏设计中，应该倡导“多元表征”的设计理念。

3 多元具体化游戏设计模型

英国数学教育家 Dienes 最早提出“数学学习的‘多元具体化原则’”，他认为儿童可以通过玩数学游戏学到数学知识、发现数学结构，这些游戏的对象就是数学学习对象的具体化表征形象，游戏的规则蕴含了数学规律或关系^[17]。那么，“多元具体化原则”如何运用于儿童数学游戏设计中？根据“核心图”结构，游戏设计流程经历核心机制设计、规则设计、角色道具设计和背景故事设计四个环节，其中故事背景根据角色设计确定，因此我们只探讨核心机制、规则和角色道具设计三个部分。具体设计模型如图3所示：

（1）核心机制映射数学思维，游戏规则等效数学方法

“核心图”结构指出“核心机制和规则是在游戏中发生最频繁交互行为”^[18]，玩家操作和学习频率最高的部分；操作性学习理论指出“学习者在手动操作中，进行积极的数学思维活动，从而实现外部操作规则向内部数学思维的转化”^[19]。因此，核心机制和规则的设定应该通过对运算方法的类比分析进行设计，并与运算程序“结构等效”（Falk Seeger, a structurally equivalent ‘presentation’）。如此，儿童才能借助外部操作动作类比、抽象出其中的数学思维。例如“乘法分配律”知识点的核心思想是“划归”，数学方法是“提取公因式”，那么将核心机制与规则的设计映射为“提取某个相同角色”，并将这一操作作为游戏规则，为操作其他游戏角色提供参照。

（2）游戏道具类比运算符号

游戏道具是指游戏中具有特殊功能的装备，能够对游戏角色产生特定作用，这一特点与运算符号在计算过程中的功能不谋而合。因此，类比运算符号的功能设计游戏道具和装备，儿童通过使用道具掌握道具的计算功能，然后以“道具升级”方式将游戏道具转变成数学运算符号。本文研究的运算符号主要指：加、减、乘、除、括号等，以加法为例：与“+”对应的道具功能需要被映射成联合两个游戏角色的操作，待儿童理解该道具的计算功能后，再将道具的外形过渡为“+”。

（3）游戏角色表示数量符号

游戏角色是玩家的操作对象，数字、字母等数量符号是运算的对象。设计游戏时，用角色表示数量符号，能够提升数学游戏的“亲和力”，让儿童在接触数学游戏时觉得这仅仅是一款纯粹的娱乐游戏。游戏角色设计从描绘性表征过渡到叙事性表征，游戏角色表征形象的设计风格从具

体的卡通造型过渡到半抽象的图形再到完全抽象的数字。前部分关卡的角色设计结合故事背景，采用具体形象作为角色；后部分关卡的角色设计逐步过渡到抽象的图形、字母和数字。

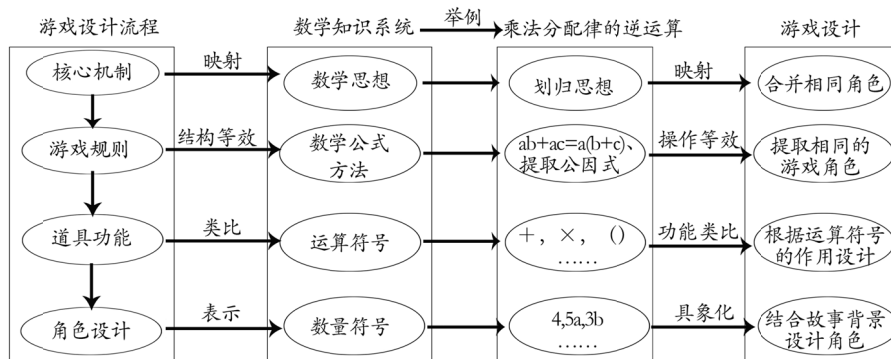


图3 儿童数学游戏表征设计模型

四 儿童数学思维启蒙游戏“动物狂欢节”设计实例

1 游戏总体介绍

“动物狂欢节”是一款培养3-9岁儿童的数学思维的游戏，选取的知识点是人教版小学四年级下册的乘法分配律的逆运算，即 $a \times b + a \times c = a \times (b+c)$ ，游戏目标是培养儿童的划归思维。游戏以动物狂欢节为故事背景，分为四个场景：海洋动物、天空鸟类、草丛昆虫和丛林走兽，玩家通过拖拽动物卡片到“传递门”，将所有动物送至狂欢节现场。

2 设计分析

具体的设计分析主要从核心机制、规则、道具以及角色这四个方面展开：

(1) 核心机制与规则

根据上文总结的设计模型，围绕数学知识点以及相关原理和思想，展开游戏的核心机制设计；围绕数学公式和方法展开游戏规则设计。

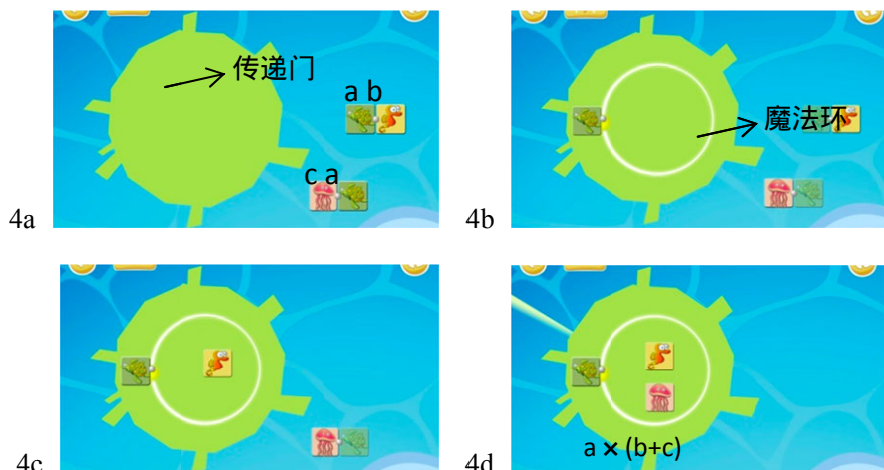


图4 核心玩法“提取公因式”示意图

游戏前3个场景传授“化归”思维，第4场景培养“系数”概念。图3的举例部分已经提出

“划归”思想和“提取公因式”方法的游戏操作规则设计是“提取相同的角色”，具体设计如下：图 4a 所示，首先拖拽相同的动物卡片至“传递门”；图 4b 所示，此时会产生魔法光环；然后如图 4c 和图 4d 所示，依次将剩余的两个动物卡片拖入魔法环内，如此，本关卡中的所有动物就能通过“传递门”到达狂欢节现场。

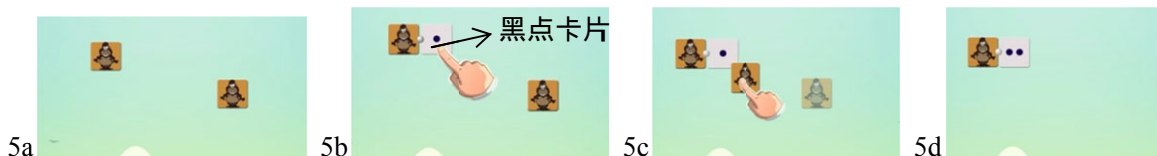


图 5 核心玩法“系数”示意图

游戏第 4 场景培养“系数”概念，系数指单项式中的数字因数，例如，代数式“ $3y$ ”中常量 3 是系数，它表示一个常量 3 与变量 y 的乘积，等于 $y+y+y$ ，也就是“3 个 y 相加”，系数的数学思想可以通俗地解释为“有多少个变量相加”。因此，第 4 场景的核心机制和游戏规则依据“有多少个变量相加”设计为“多少个小动物相加”，具体操作如下：如图 5a 所示，首先界面中显示两只猩猩；然后，如图 5b 所示，游戏规则设定从其中一张猩猩卡片后拖出黑点卡片“1 点”；接下来，如图 5c 所示，将另一只猩猩卡片拖拽到第一张猩猩卡片上；操作完成后，如图 5d 所示，此时的黑点卡片中黑点的数量从“1 点”变成了“2 点”。根据索菲安和戴维道夫的观点“儿童数学思维的起源不是数数、也不是通过目测获得的对数的感知理解，而是在于数量的比较”。儿童在上述游戏操作中将观察到相同的卡片合并后，黑点卡片中点数发生了改变，当拖拽增加一只猩猩时，黑点数量也相应地增加一个。反复进行此操作后，儿童便能理解黑点的数量就代表“多少只猩猩相加”的数量，从而抽象出“系数”这一数学概念。

被表征符号	关卡顺序	表征形象设计
括号	第 1-2 场景	
	第 3-4 场景	
乘号	第 1-3 场景	
	第 4 场景	
加号	第 1 场景	
	第 2-4 场景	

图 6 道具功能设计

关卡顺序	常量和标量的表征形象设计	内容描述	角色特点
第 1-2 关		小动物卡通造型	具体直观
第 3-7 关		图形、字母和数字	半抽象、变形
第 8-10 关		数学常量和变量	完全抽象

图 7 角色设计

(2) 道具功能设计

游戏道具功能设计依据知识点中的运算符号，乘法分配率中主要涉及加法、乘法和括号等。因此，本游戏通过道具升级的方式，逐步引入上述运算符号和结合符，具体设计如图 6 所示。

(3) 角色设计

游戏角色本质上是数量符号的表征，乘法分配律中的数量符号包括数字、字母和单项式。考虑到儿童数学思维发展的具象特点，游戏角色设计为卡通动物卡片，然后逐步引入数字、符号等抽象数量符号。“动物狂欢节”的游戏角色设计从具体的卡通造型过渡到半抽象的图形、数字，再到完全抽象的数字，如图7所示，整个游戏的形象表征经历了从描绘性表征到叙事性表征的转变，循序渐进地引导儿童接受抽象的数字和数量符号。

具体设计如下图所示，草丛场景的初步关卡，如图8a所示，游戏初期关卡的角色设计是四张具体的昆虫卡片，儿童在反复操作中学会“提取相同卡片”的游戏规则；随后关卡，如图8b所示，将“公因式”卡片“蚂蚁”换成半抽象的字母b；接下来的关卡，如图8c所示，将不同卡片分别置换成“三点”和“两点”系数卡片；最后关卡，如图8d所示，将半抽象的系数卡片完全置换成抽象的数字系数卡片。

从“动物狂欢节”游戏设计的过程中，我们可以更加具体地理解如何使用游戏表征设计模型来设计一款儿童数学游戏。



图8 角色设计逐步抽象化示意图

五 结语

儿童数学游戏重在启发儿童数学思维，提升实际问题解决能力。具象表征作为一种帮助儿童理解数学逻辑的认知工具，应该巧妙地运用于游戏设计中。文章结合多元表征理论，探讨儿童数学游戏设计模式，针对一定的知识系统和表征结构，从核心机制、规则、道具以及角色这四个方面优化游戏设计流程。新媒体和各类移动端的数字化游戏为数学教育提供了崭新的空间，本文力图建构儿童数学游戏表征设计模型，为科学地设计数学游戏提供可以依循的途径与方法。

参考文献

- [1] Jordan, N C, Kaplan, D, Ramineni, C, et al. Early math matters: kindergarten number competence and later mathematics outcomes[J]. Developmental Psychology, 2009, (3): 850-867.

- [2]邢雯瑾.数字化游戏帮助学生提高数学理解力的研究[D].上海:上海师范大学,2013:1-44.
- [3]王静.基于 Android 平台的数学教育游戏设计与开发研究——以小学数学一年级上册为例[D].四川:四川师范大学,2013:1-59.
- [4] [6]夏婧,庞丽娟,韩小雨.美国“基于认知发展的数学教育”项目简介及其启示[J].学前教育研究,2009,(4):45-65.
- [5] (英)帕梅拉·利贝克著.方未之译.儿童怎样学习数学[M].北京:人民教育出版社,1986:4-222.
- [7]林嘉绶.幼儿数学入学准备调查报告[R].学前教育研究,2000,(2):32-33.
- [8]项纯.日本最新全国学历调查及结果分析(小学部分)[J].教育科学研究,2008,(6):56-60.
- [9]丁玮,孙铭符,张定强.对 20 世纪以来美国中学数学教育目标变迁的再思考[A].全国高师会数学教育研究会 2006 年学术年会论文集[C].2006:118-124.
- [10]白丽芳.儿童隐喻性思维的特点及其发展[J].外语与外语教学,2004,(4):53-57.
- [11]陈婷,仲秀英.彰显数学意识:幼儿数学教学的诉求[J].学前教育研究,2007,(3):30-33.
- [12]王光荣.发展心理学研究的两种范式——皮亚杰和维果茨基认知发展理论比较[J].华中师范大学学报(人文社会科学版),2014(5):164-169.
- [13]唐剑岚.国外关于数学学习中多元外在表征的研究评述[J].数学教育学报,2008,17(1):30-34.
- [14] [15] [17]黄瑾.论学前儿童数学学习中的多元表征[J].全球教育展望,2011,(1):60-63.
- [16]Pape S J, Tchoshanov M A. The role of representation (s) in developing mathematical understanding[J].Theory into practice, 2001, 40(2): 118-127.
- [18] Charmie, K. Designing around a core mechanic[OL].Funstorm Games.
<<http://www.funstormgames.com/blog/2012/06/designing-around-a-core-mechanic/>. >
- [19]时松.英国 BEAM 幼儿数学:操作性学习及其具体实践[J].天津师范大学学报(基础教育版),2012,(4):64-67.

Children's Mathematical Game Design Based on Multiple Representations

JIANG Xi-na¹ HUANG Xin-yuan¹ HUANG Ru-min²

(1. School of Animation and Digital Art, Communication University of China, Beijing 100024, China;

2. Education Research Institute, Jiangsu Normal University, Xuzhou, Jiangsu, 610054, China;)

Abstract: The fundamental goal of mathematics education is to build students' mathematical thinking. The paper analyzes the problem of neglecting the development of mathematical thinking in the design of children's mathematical game and investigates its reason. Based on characteristics of cognitive development of children's thought and combined with the "core diagram" game model and theory of multiple representation, the game design model which is helpful for developing children's mathematical thinking is proposed. What is more, some special cases involving the enlightenment of mathematical thinking from the aspects of the core mechanism, game rules, game props and game roles are designed.

Keywords: children's cognitive development; multiple representation; thinking development

作者简介: 蒋希娜, 中国传媒大学动画与数字艺术学院, 在读硕士, 研究方向为数字媒体艺术理论, 邮箱为 ydlhy8797800@126.com。

收稿日期: 2014 年 9 月 8 日

编辑: 李婷