

结构化视角下“认识比”学材开发的 实践与思考

万兆荣¹,吴玉国²

(1.淮安市新民路小学,江苏 淮安 223002;

2.南京市游府西街小学,江苏 南京 210000)

[摘要] 小学数学结构化学材开发基于显性、隐性两方面视角,从儿童经验出发,尊重儿童的认知规律,凸显数学知识内外纵横的结构关联,突出数学认知过程和思维方式深入的结构融通,尤其注重核心知识元素结构过程、多元表征形式、项目综合应用。从单元整体知识结构整体设计,减少单篇教学内容,借鉴国内多样化教材内容进行整体架构、重组拓展知识内容,使之成为引导、支撑学习的载体。

[关键词] 结构化;学材开发;小学数学;认识比

[中图分类号] G623.5 **[文献标识码]** A **DOI:**10.3969/j.issn.1005-1058.2019.05.016

一、结构化学材开发的实践

小学数学结构化学材开发需要将数学学习的研究对象看成整体性的结构,抓住儿童认知起点与知识发生发展这两条线,以“高观念”的教学思路统摄“低落点”的教学行为,在结构之中统摄教材内容,深入研究如何使用各种外部表征,帮助儿童建立真正反映知识本质的内在表征,构建能够作用于儿童自主认知整体关联的学习资源材料。本文以

“认识比”教学为例就结构化学材开发做进一步探讨。

(一)连续层级——内容重整,要突出知识发生发展与学生认知起点的自然融合

“两个数相除又可以叫作两个数的比。”国内小学数学教材大都用这样的概念揭示比与除法的联系。相关例题的选材具体内容如表1,这里主要从知识表征方式、概念描述、习题整体比较、单元编排

表1 不同版本教材对比

版本	苏教版	人教版	北师大版	沪教版
教材情景图例	2杯果汁、3杯牛奶比较、速度路程时间关系(同类份数明理,异类对等关系明质)	杨利伟展示国旗长宽、神舟五号运行路程与速度(同类,不同类,倍比)	5幅不同比例的照片(同类,倍比,应用价值凸显)	投篮次数、投中次数(同类比,分数与比的整体沟通)
知识表征方式	情境 语言 符号	情境 语言 图形 符号	图形 符号 语言	情境 符号 语言
习题中图形占比	11/32	2/24	10/34	4/31
概念揭示	两个数相除又叫作这两个数的比	两个数的比表示两个数相除	两个数相除又叫作这两个数的比	描述
单元整体结构	比的认识、比的基本性质、化简比、按比例分配	比的认识、比的基本性质、化简比、按比例分配	比的认识、化简比、比的应用	比和比例、基本性质、百分比

[基金项目] 江苏省教育科学“十三五”规划重点自筹课题“小学数学结构化学材开发的课例研究”(课题编号:R-b/2018/02/74)。

[作者简介] 万兆荣,本科,高级教师,淮安市学科带头人,江苏省优秀教育工作者,研究方向:小学数学教育;吴玉国,本科,正高级教师,江苏省特级教师,江苏省人民教育家培养工程培养对象,研究方向:小学数学教学、小学教育管理。

结构等维度对比分析。

苏教版将认识比安排在分数乘法之后,分数四则混合运算、百分数之前,教材以2杯果汁和3杯牛奶的倍数关系凸显同类量的比,以900米的路长,小军与小伟分别用时15分钟、20分钟,用“比”表示计算速度,凸显了同类量比明理,异类对等关系量比明质的特点,在练习设计中尤其凸显与几何直观的综合融通。人教版从杨利伟太空展示的国旗长度引发长与宽的倍数关系,理解同类量比的关系,接着从“神舟五号”运行距离与时间并置的两个量的对等关系,逐层深入理解“比”。北师大教材基于比是比例前奏的考虑,教材以5幅照片的比较,引导学生通过数格子发现第一幅与第二、第四幅照片相同,继而再引发对照片长宽数量关系的探究,发现不同大小的两幅图长之间是2倍关系,宽也是2倍关系;另外,同一幅图的长宽之间是 $6 \div 4 = 1.5$,在除法的基础上引出“比”。沪教版以小明和小杰的投篮次数与投中次数比较水平高低,以投篮命中率来直接揭示同类比,基于分数、除法与“比”之间的关系建立概念。

纵观各教材,均从生活中得到启发,从两个数的倍数关系中转化,大都采用告知的方式从除法的角度建构比的概念,体现了传统的“算术之中算理”的逻辑过程,即算中明理。自学生从认识除法开始,在实际运用中就体会到“等分除、包含除、当量除”的三种不同意境,“等分除”是把一个量进行等分,这里并没有两个量的“比”的关系,因而成为除法与比概念融通理解的障碍,很多时候学生即使学完了“比”,也不理解为什么两个数相除又叫作这两个数的比。因此,学生对比的概念缺乏深度理解,对“比”的内涵也就没有了认同感。然而,多少学者认为比源于度量,度量解决了物体可度量的属性(长度、面积、体积、质量)的可比性,比却能够解决物体不可度量的属性(颜色、形状、质地等)的可比性。^[1]比更多是为了表征隐含于数量之中的、不可度量的事物属性,这也是除法所不能及的,这才是比的重要意义。比所突出的是每一份所代表的项目是相同的,可能不会给出实际的数量,只要存在对等的关系。另外,分数的“比的定义”即可被看成皮亚杰所谓的“自反抽象”的一个实例,也即如何“把从已发现的结构中抽象出来的东西映射或反射到一个新的层面上,并对此进行重新建构”^[2]。因此,从“分—份数—分数—除法”关系结构中自然认识比整体结构中认识比,突出“份数对等”的关系尤

其重要,也更加突出结构化学材设计的必要性。

【学材改编1】从比较到比

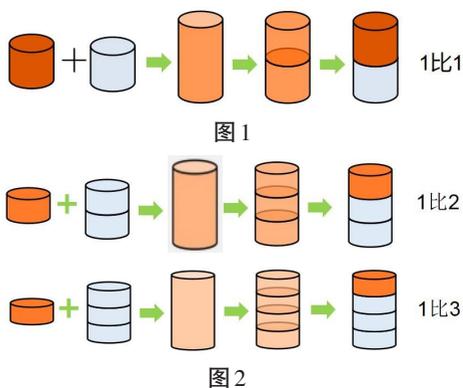
将苏教版教材2杯果汁、3杯牛奶的直观图例,改编成三杯不同颜色的果汁依次呈现。通过观察引发问题思考:

问题1:看到这三杯饮料你想到什么?

问题2:如果分别配制这样的三杯饮料有什么不同?

操作:现场以饮料和水逐步配比三杯饮料(如图1),再以图示直观呈现依次操作过程。

问题3:可以怎样表示果汁与水的关系呢?分别说出两种量的关系(如图2)。



学生思维活动的水平主要取决于外在刺激的程度。通过引领学生从分析哪杯果汁更甜中去体会,果汁的甜与不甜还与水有关,引发实践操作需要,怎样配制引发数学思考,请仔细观察这三杯饮料,你想到什么?怎样才能配制出这样不同的饮料?在饮料的配比过程中,将学习置于真实的场景,全景式的思维活动激发儿童引发份数需要,现场按果汁1份水1份、果汁1份水2份、果汁1份水3份三种不同的配方,通过开放的问题情境让学生借助生活经验,巧妙设计,让学生在解决问题过程中深刻地体会同类量比的意义,自主并自觉地丰富和理解“比”的意义。这里,借助于生活常识和已有的知识基础,从多种搭配数据中提取不变的核心元素,学生能依据实物的影像在头脑中想象制作来进行内在的思维活动,由低走高实现新旧知识完美对接,从变化的倍数关系抽取出“份数”,再由“份数”引出配比,从而引出比的一种情况,一个数是另一个数的几分之几,可以写成比。

(二)关联层级——融会贯通,突出知识结构关联与多元表征方式的自觉组合

结构化学材开发的特点是利用多元表征方式统摄比的内容,主要借助实物操作、图像、口头语

言、现实情景、文字符号等表征方式,凸显知识结构的关联过程。

【学材改编2】从两个量的比到多个量的比

活动1:将圆形依次等分成两份、三份、四份……逐个呈现,说出所看到的比(如图3)。



图3

活动2:从两个色变化到三个色,要求学生说一说你所看到的比。

活动3:生活中像这样的比在哪里见过?举例说明。

只有从变化活动对象过程中,才能从它的对象的多种多样的属性中区分出哪些是进行这种活动所必需的本质的属性,哪些是无关的不必需的非本质的属性,从而使活动的内容得到概括,使学生建立起概括的定向映象。^[3]这里通过动作和图像表征让学生感悟比与分数、份数、统计图表的关联。借助圆形图片的变式为学生直观理解比的意义提供了强有力的支持,从1:1、1:2、1:3……再到1:1:1、1:2:3变化中建立整体图式,不仅将比置身于份数与分数之中立体关联,且在份数的变化中实现从“过程到对象的转移”,同时由一幅图的拓展,从“部分与部分之比”延伸到“部分与整体之比”,如红与蓝的比1:2的圆形中,既可以看到1:2,也可以看到2:1,还可以看到1:3、2:3,充分扩展学生对比的直觉感受,是基于标准的度量,有顺序,有结构。从图形直观再到生活实物直观,如体会生活中金龙鱼油1:1:1,混凝土中水泥、石子、黄沙等多个量的比具有独特价值,体验到了比表示数量间的关系的简洁明了,除法算式与分数关系怎么能表示这三个量之间的关系呢?生活中还有更多量的比,这是除法与分数不能替代的特殊价值。

【学材改编3】从同类量比到不同类量的比

1.如图4,从小华路程1500米,小伟路程1500米中可以想到比吗?

2.呈现时间15分钟、20分钟,又可以想到哪些比呢?

3.小华路程720米,时间9分钟,小伟路程960米,时间12分钟又可以看到哪些比呢?

将苏教版教材文字表达转化为表格,通过变式有序呈现,从小华的1500米与小伟1500米的数据隐喻中,学生直接获得1:1的比,学生已经从外部直

8 走一段1500米长的山路,小华用了15分钟,小伟用了20分钟。你能分别算出他们的速度吗?

	路程	时间		路程	时间	
小华	1500米	15分钟	⇒	小华	720米	9分钟
小伟	1500米	20分钟		小伟	960米	12分钟

图4

观转入头脑内部对事物进行分析与综合、抽象与概括的技能转化,这里通过时间15分钟、20分钟的呈现,引发学生寻找新的比,学生很容易发现各个量之间的比,通过不同类量比的过程理解比的对等关系,体现“比”的本质属性,逐步完善比的认识,既赋予过去的知识以新的内涵,看到了知识的生长与发展的过程,从而在脑中建立起活动的定向映象,也使他们对于比的意义、比的类型的理解更加完整、透彻。学生在认识到比的价值的时候,看到了比更多是为了表征隐含于数量之中的、不可度量的事物属性,这就是比的本质,也是本课学习的价值所在。

两个数相除与两个量的比不是两个等价的概念,两个量的比可以转化为两个数相除,但两个数相除不能笼统地说就是这两个数的比。^[4]这里,通过图像、表格表征从知识整体性的角度出发,让学生感悟比与除法、正比例的关联。基于不同情景的比的应用辨析,从简约抵达丰富,无论是比的基本性质、化简比、除法中商不变性,还是今后要学习的比例尺、正反比例等数学知识的初步渗透,将比与除法的必然性、发展性关系展现无余,无须概念揭示学生已经深刻领悟到比的意义与价值。

(三)循环层级——实践应用,突出知识价值取向与儿童素养生长的有机结合

【学材改编4】从应用比到拓宽比

辨析1:(如图5)先表示出这两幅图中的各个比,根据图示再想一想3:2,6:4,9:6可能有什么关系呢?

生:相等。

思考:你能想到什么好办法,让人一眼就能看清他们相等呢?

学生讨论得出结果:添加椭圆圈或者切割均分长方形。

辨析2:足球比赛2:0是我们今天数学课上认识的比吗?借助图5的方法,你能说清楚足球比赛与今天比的区别吗?

回顾:比是什么?比里有什么?比有什么用?关

于比,你已经了解了哪些?还有什么疑问?

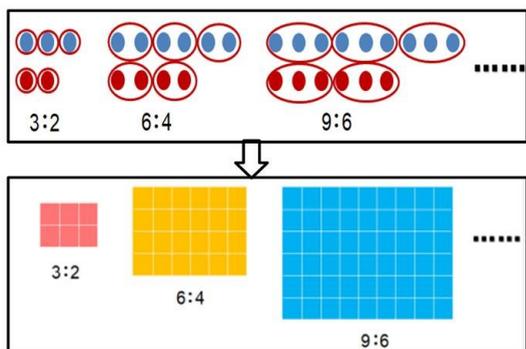


图5

无论是增加椭圆圈,还是长方形均分的归类,或者是从相似长方形到相似三角形变化,既让儿童感知比的美,又丰富了空间想象力,更加体现了比的应用价值。借助图6的直观,对足球赛2:0比分的辨析比较,学生体会到比能够更方便地表示两个数量之间的关系,更能让别人明白两个数量之间存在的关系。再通过“比是什么?比里有什么?比有什么用?”等一系列“回问”,课后四人合作画一张有关比的图这样的实践操作活动,既拓宽了比的学科价值,又进一步拓宽了比的知识结构、儿童认知结构和素养结构,充分体现应用循环、文化循环和结构循环三个特征。

二、结构化学材开发的思考

结构化学材开发的本质就是选择与儿童的知识体系、认知结构相匹配,与学生的学习兴趣和价值认同相吻合的学习资源,让儿童在结构之中感受数学的整体性,使习得的知识结构化、能力结构化,与学生思维能力和思维品质的提升相呼应。

(一)在连续中着力核心知识元素的“直观”过程

直观是由反映事物的外部特征与外部联系的一系列认识活动构成的,结构化学材开发中教师要精心挑选或人为创造,利用好“实物直观、模像直观与语言直观”,为领会抽象知识提供必备的认识支架。上例中借助饮料配比的实物直观的活动,提供给学生领会比的概念所必需的基础性知识经验,建立了1份果汁与1份水独立与融合的关系,在此基础上要特别突出模像直观的过程,突出了比的重要因素,促进学生进一步关于“比”的思维加工,再通过语言直观理解果汁与水是独立的个体,在比的关系中确是以份数关系贯通的一个整体。如果缺乏直观这个开端,学生就只能从形式上学得一些空洞的概念,直接接受比与除法相互关系,而对为什么比又表示两个数相除所反映的实际一无所知,以及为什么学习比

产生严重的曲解。

(二)在关联中凸显多元表征形式的“概括”过程

结构化学材开发的重要特点在于贯通知识之间的联系,我们知道,当学生去认识那些具有联系的材料时,远比认识那些本身联系较少的材料要容易得多。系统化的学材便于识记,也便于保持及重现,为此,结构化学材开发过程中,要注意由易到难、层次分明、条理清晰、由简到繁的循序性原则,将此概念放入不同的表征系统之中,借助多元表征对知识的本质特征与内在联系进行反映,在知识的广度与深度上提供给学生探索,由内在的思维建构“外化”成为外部的独立存在,促进学生概括的过程,抽出实物的本质,撇开事物的非本质因素。例如,虽然学生通过有关比的配比实验或图形的直观后,在头脑中建立了比的前、后项与比号的关系。这时,学生对比的本质特征的认识,必须通过多元表征把感性经验进行加工改造,我们要呈现大量相同类型的事物,让学生能够概括出它们之间的共同点,需要将各种不同种类的比能够压缩在图示中。如:从两色圆的均分到三色圆,从路程与路程的比到路程与时间的比,只有确立好方向性,才能真正形成比的概念。

(三)在循环中突出的项目综合应用的“回问”过程

从逻辑意义上来说,具体事物的抽象化是归纳过程,抽象知识的具体化则是演绎过程,知识的应用需要顺应学生的经验与经历,借助“比”的概念的具体化,可以将比的基本性质与化简,以及比的应用的具体化,借助学材“点子图的椭圆圈”让学生看到都是2:3,借助长方形的均分,同样是2:3,4:6,6:9,但长方形的形状完全相同,这样学材设计把比的基本概念放在知识整体结构中。当再一次“回问”比的相关问题时,学生对比发生兴趣,自然会主动想去学,逐渐学会,乃至会学。同样,让学生四人一小组整理知识结构,把课堂转移到课外,引导学生自主归纳、概括,在整理的结构图式之中感受数学的整体性,使之将科学的知识系统,内化成为学生自己的认知结构,以牢固地掌握知识系统和基本要求,在图式结构绘制中,通过同化与顺应,进一步系统化和概括化,形成一种稳定的心理结构,让学生所学的知识能够实现结构化,从而真正促进学生的数学气质、素养和能力的整体提高。▲

参考文献:

- [1] 郑毓信.多元表征理论与概念教学[J].小学数学教育,2011(5):2-4.
- [2][4] 王永.比是什么——台湾地区关于“比”的教材改革的启示[J].小学教学(数学版),2009(6):45-46.
- [3] 冯忠良.智育——以“一元二次方程(一)”教学为例[J].江苏教育(中学教学),2018(4).