

多元表征, 赋予学生数学思维自然生长的力量

程启亮

江苏省南京市浦口区实验小学 210031

摘要:“表征”是对事物本质的揭示、阐明。学生的学习表征样式是丰富的,有直观动作表征、具体形象表征和抽象符号表征等。在数学教学中,教师要对数学素材进行多元化呈现,引导学生对数学知识进行多元化勾连,让学生的数学思维进行多元化外显。多元表征不仅能够让学生掌握数学知识的本质,而且能让学生把握数学知识的结构。

关键词:多元表征;数学思维;自然生长

多元智能理论以及认知风格理论认为,教学应该采用多元方式表征同一个学习对象,以便学生可以选择自己擅长、喜爱的方式,构建自我表征系统,促进知识意义的内化。美国著名教育心理学家莱什认为,“学生习得一个概念必须具备三个条件:一是将数学概念放置于表征系统之中;二是在表征系统中恰当地处理概念;三是将概念放在不同表征系统中进行转换”。善于对数学概念、定理、问题进行多元表征,是学生深刻、全面理解数学知识,灵活、独到解决数学问题的关键。多元表征,能够赋予学生数学思维自然生长的力量。

一、多元表征:内涵及其类型

所谓“表征”,《现代汉语词典》解释为“显示出来的现象,表现出来的特征”。《辞海》(2009年版)上对“表征”的阐释为:揭示;阐明。……也指事物显露在外的征象。作为动词,“表征”表示对事物本质的揭示和阐明;作为名词,“表征”表示事物显示出来的现象、特征。从心理学视角看,表征即知识或心理表征;从信息加工理论视角看,表征即是学生对外界信息输入、编码、转换、存储

和提取。

美国教育心理学家布鲁纳认为,人类的学习主要有三种表征方式:一是直观动作表征;二是具体形象表征;三是抽象符号表征。美国心理学家卡帕特根据表征与被表征系统关系,将表征分为四种类型:一是认知表征;二是解释表征;三是内部表征;四是外部符号表征。美国心理学家葛登则认为,问题解决牵涉四种表征系统:一是自然语言系统;二是表象处理系统;三是符号操作系统;四是启发执行系统。

在数学教学中,多元表征主要有外部和内部表征两种。所谓“外部表征”,是指学生借助语言、文字、符号、具体物、图片等形式对学习对象存在的表征;所谓“内部表征”,是指学生加工数学的心理表征,包括言语表象、视觉表象、记忆表象、思维表象等。通常情况下,只有将外部表征转化成学生的内部表征,数学教学才能发挥应有的效用。

在数学教学中,教师以言语信息(主要包括口语、符号、图像、文字等)和非言语信息(主要包括图片、实物、模型等)将数学学习内容呈现给学生,经过学生的个体加工,将外部的言语或者非

言语编码以多元表征形式纳入内部表征系统之中,形成学生的心象码。在这个过程中,学生能够完成信息的转换和意义的建构。

二、多元表征:策略及其路径

数学教学中通常会出现两方面误区:一是注重学生的动作表征,没有引导学生由直观操作表征向抽象符号表征过渡,学生停留于具体化阶段;二是关注数学知识抽象符号表征,而忽视或者轻视了学生直观操作或者具体形象表征,学生形式化根基不牢,过程不深刻。基于多元表征的数学教学,既要重视学生的抽象、形式表征,也要重视学生在学习过程中的感性操作。只有将多种表征融合起来,才能助推学生对数学知识的真正理解。

1. 多元化呈现,助推学生的数学理解

多元化呈现,既包括纵向多元化呈现,也包括横向多元化呈现。所谓“纵向多元化呈现”,是指教师可以分层次、逐步地引导学生抽象数学概念、数学知识。所谓“横向多元化呈现”,是指教师运用不同的方式,从不同的视角,运用

不同的手段引导学生对数学概念、知识进行表征。经由多元化呈现,学生逐步剥离数学知识的非本质属性,获得对数学知识本质的理解。

比如,教学苏教版小学数学五年级下册的《分数的意义》,教师要呈现多种素材,比如一块饼、一根一米长的线段、几个正方形等,将其平均分成若干相同的份数,表示相同的份数,结果所表示的分数完全相同。尽管物体的种类不同、物体的个数不同,但由于将物体平均分成了相同的份数,表示了相同的份数,所以表示的分数就相同。接着,教师引导学生进行归纳,有学生认为将一个物体平均分成若干份,表示这样的一份或几份的数叫作分数;有学生认为将许多物体组成的整体平均分成若干份,表示这样的一份或几份的数叫作分数;还有学生认为将一个计量单位平均分成若干份,表示这样的一份或者几份的数叫作分数。教师在学生分门别类概括的基础上,将一个物体、一个计量单位或者由许多物体组成的整体归结为单位“1”,形成抽象的分数概念。在这一过程中,不同素材的表征,就是一种横向多元化呈现,而对分数的逐步抽象、概括、形式化、定义化的过程就是纵向多元化呈现。

当然,数学学习的多元化呈现并非越多越好,而是应围绕数学本质展开。数学的材料之间应该能够相互映衬、相会补充、相互解释,做到形式不同但本质相同。只有这样,才能发挥多元化呈现应有的效用。否则,材料的多元化呈现反而会让学生眼花缭乱,失去材料多元化呈现的初衷。

2. 多元化勾连, 构建学生的认知结构

数学知识是一个有机的结构性整体。在数学教学中,教师要引领学生对数学知识进行多元化勾连,构建学生的认知结构。对于同一知识,其知识表征可能是多元的,教师要引领学生在各种表征内部以及表征之间进行灵活转换。只有学生能够解读不同表征下的数学知识,才能灵活提取相关的数学知识进行实践运用。学生数学认知结构的系统构建是学生数学知识学习转识成智的关键,

也是学生数学素养生成的重要标识。

比如,教学《解决问题的策略——“一一对应”》(苏教版小学数学教材五年级上册),有这样一道习题:用1、2、3、6可以组成多少个不相同的两位数?为了深化学生的数学理解,让学生形成“既不遗漏也不重复”的有序列举的思想方法,笔者将习题改为:用1、2、3可以组成多少个不相同的两位数。不同的学生用不同的方式进行思考,有学生固定个位,然后变换十位,如21、31、12、32、13、23;有学生固定十位,然后变换个位,如12、13、21、23、31、32;还有学生用组合交换位置法,如13、31;12、21;23、32。接着,笔者从两个维度,对这样的习题予以内涵拓展。一是从纵向上拓展,即在3个数的基础上,增加延伸到4个数、5个数,让学生运用相关的方法进行列举;二是从横向上拓展,即创设不同的情境,让学生体验,比如三个小朋友两两拍照、三个小朋友两两寄贺卡等。同时,将拍照、寄贺卡、握手、踢足球等相关的问题进行比较。这样的多元化勾连,其目的就是敏锐、深化学生的数学认知,让学生形成对数学知识的本质认识,构建、完善学生的认知结构。

数学多元化勾连,不仅丰富了数学知识的形成过程,更有助于学生从不同的视角对数学知识的内涵形成本质性理解,对数学知识的外延精准掌握。在多元化勾连的活动中,丰富学生的数学活动经验,提升学生的数学思想和方法,让学生完成对数学知识的本质建构。

3. 多元化外显, 引发学生的思维可视

多元化表征不仅是对数学学习对象的内化表征,也包括将学生的心理图像进行多元化外化过程。学生的数学思维是看不见的,是一个“黑匣子”,一个“黑洞”。如何将学生看不见的思维可视化,让学生的内部言语外显化,一个重要的方式就是让学生进行自我学习表征。从表征内容上看,外显的丰富性能让学生相互间切磋、交流;从表征方法上看,表征转换、转译有助于学生逻辑与非逻辑思维的互补;从表征过程上看,只有内化和外化相融合,才能构成学生的生态学习循环系统。多元

化外显,让学生的数学学习真正发生。

比如,教学《因数与倍数》(苏教版小学数学教材五年级下册),教材中是让学生用摆方格的方法来建构12是3的倍数、12是4的倍数,3是12的因数、4是12的因数的。诚然,这样能够让学生知道哪个数是哪个数的因数、哪个数是哪个数的倍数,但部分学生并没有深刻理解。因为,不同的学生对数学知识的表征是不同的,某些表征能够助推学生的数学理解,但某些表征却不能发挥其应有的效用。笔者在教学中从学生的已有知识经验入手,引导学生进行数学思考。“12是3的4倍,12是4的3倍,这是为什么呢?”于是,不同的学生基于各自的内部心理表征,形成了不同的外部表征。如有学生画出线段图,用几倍的关系进行解释;有学生画出集合图,用包含除的方法进行表征;有学生将12个圆圈均分,从平均除的角度进行解释;有学生认为4个3相加等于12,从乘法的意义角度进行解释;还有学生认为从12里面减去3,要减4次,从12里面减去4,要减3次,从除法的原始意义角度进行解释,等等。不同的解释呈现于同一个互动空间,引发学生的积极交流。如此,学生将自己的不可见的思维可视化,将不可言说的数学理解可感化,将抽象的数学概念具象化,从而达到了个性化理解、建构的目的。

外显表征有力地促进了学生数学知识的意义理解、建构,增强了学生数学观察能力、发现能力和问题解决能力、数学应用意识的发展,培育了学生综合性思维能力的发展,提升了学生的数学核心素养。在这个过程中,学生不仅感受到数学知识的现实性,而且能够体验到数学知识、方法和思想的应用性。

在数学多元表征过程中,一方面,教师要研究数学知识的特质;另一方面,教师要遵循学生的认知规律,引导学生经历数学知识的发现、探究历程。一个数学知识的表征是多元的,各种表征之间也存在着千丝万缕的关联。在数学教学中,教师要运用表征,引导学生既把握数学知识的本质,也把握数学知识的关联。只有这样,学生才能真正理解、把握数学知识。